



Országos Matematikaolimpia
Megyei forduló - 2026. március 7.

IX. OSZTÁLY

1. feladat. Az a , b és c valós szám esetén tekintsük a következő egyenleteket:
 $x^2 + 4ax + (b + c)^2 = 0$, $x^2 + 4bx + (c + a)^2 = 0$, illetve $x^2 + 4cx + (a + b)^2 = 0$.

- a) Igazold, hogy a három egyenlet közül legalább az egyiknek van valós megoldása!
b) Bizonyítsd be, hogy ha az egyenleteknek van közös valós megoldásuk, akkor $a = b = c$.

2. feladat. Legyen $ABCD$ konvex négyszög, O az átlóinak metszéspontja, továbbá G_1 , G_2 , G_3 rendre az ABD , ABC , illetve ODC háromszög súlypontja. Bizonyítsd be, hogy O akkor és csak akkor a $G_1G_2G_3$ háromszög súlypontja, ha $ABCD$ paralelogramma!

Gazeta Matematică

3. feladat. Határozd meg azokat a nemnulla n természetes számokat, amelyekre

$$4^{n-1} + n^2 + 11$$

teljes négyzet!

4. feladat. Határozd meg azokat a nemnulla természetes számokból álló $(a_n)_{n \geq 1}$ sorozatokat, amelyek egyszerre teljesítik a következő két feltételt:

- (1) $i + j$ osztja az $a_i + a_j$ számot;
(2) $a_i + a_j$ osztja az $(i + j)^2$ számot,

minden nemnulla i, j természetes szám esetén!

Munkaidő 3 óra.

Minden feladatra legfeljebb 22,5 pont szerezhető.